**1 Otimização**

Dada a função … e seus gráficos plot e contour, podemos observar que há vários pontos de mínimo local e pontos de sela (Df = {x,y | -3 <= x <= 3, -2 <= y <= 2}).

Figura 1: função f no domínio

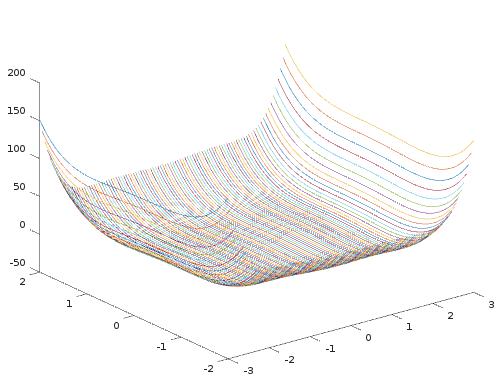
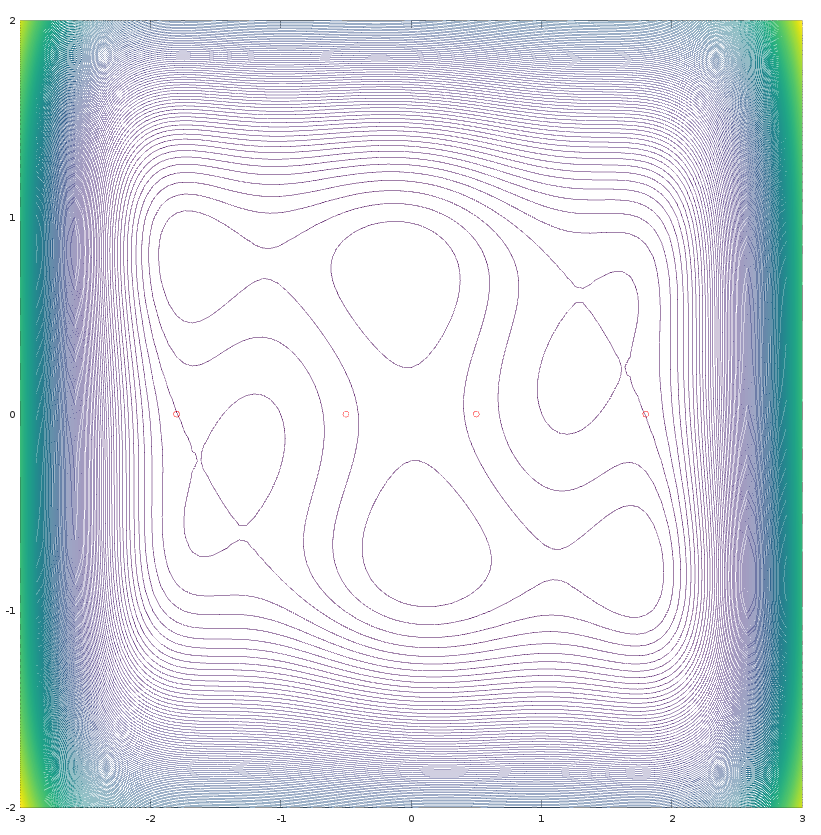


Figura 2: Linhas de contorno de f no mesmo domínio com os pontos iniciais de teste.

Observando as linhas de contorno da função, uma escolha de 0.05 = alpha parece razoável, visto que a função não varia tão rapidamente (para diminuir o valor de alpha) nem é aproximadamente linear (para manter um alpha grande).

**Direções com Gradiente**

Para testar a função, escolhi 3 pontos iniciais e observei o seu comportamento.

Tabela 1: pontos iniciais para teste de f.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Pontos** | **xi** | **yi** |
| ponto 1 | 0.5 | 0.0 |
| ponto 2 | -0.5 | 0.0 |
| ponto 3 | -1.8 | 0.0 |

Utilizando uma função de minimização com direções de atualização baseadas no gradiente, obtemos o seguinte resultado:

Figura 3: para o ponto 1, o valor de f no ponto final foi de -1.0316 com número de passos igual a 18 e ponto ótimo em [0.08956, -0.712554].

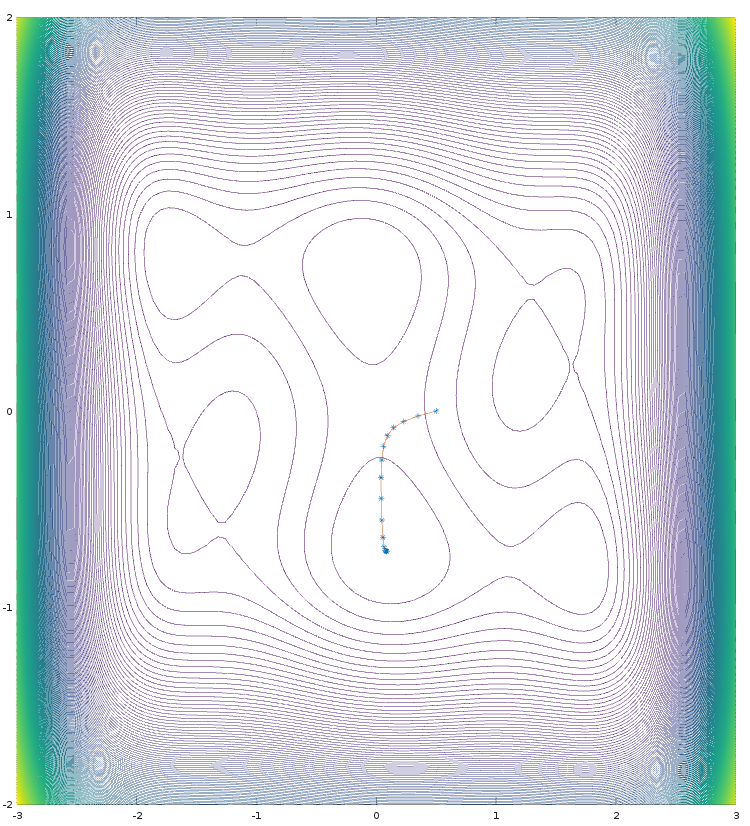


Figura 4: para o ponto 2, o valor de f no ponto final foi de -1.0316 com número de passos igual a 18 e ponto ótimo em [-0.088956, 0.712554].

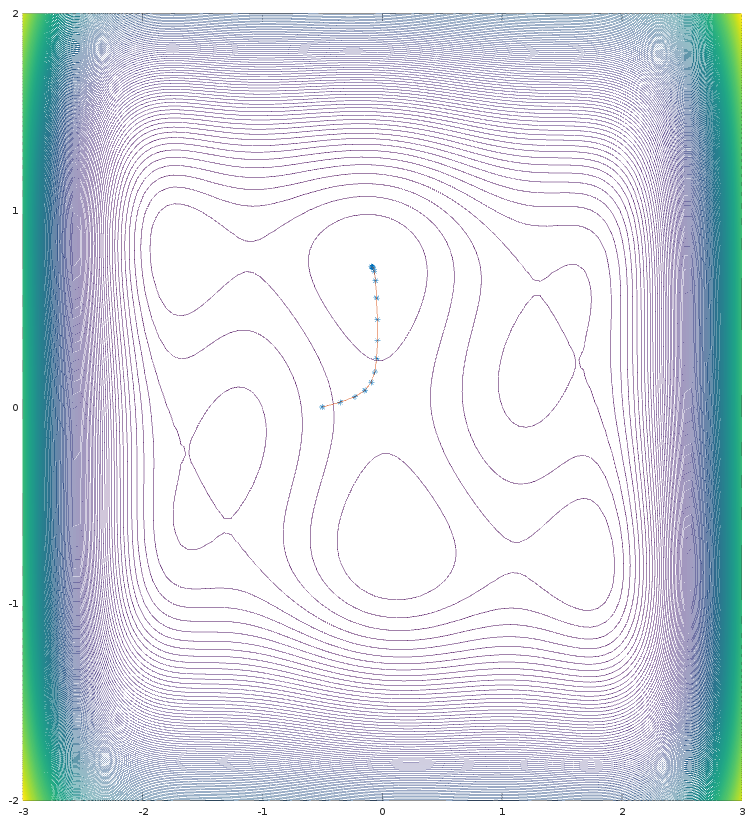
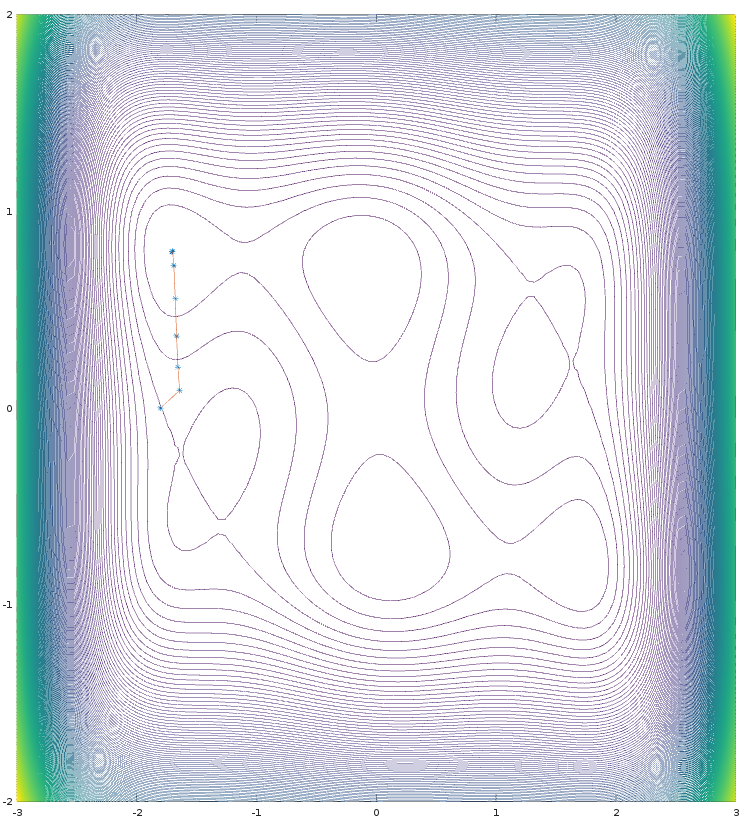


Figura 5: para o ponto 3, o valor de f no ponto final foi de -0.21546 com número de passos igual a 8 e ponto ótimo em [-1.70359, 0.79607].



Preferi codificar a função de minimização. O código implementado em matlab/octave para a função de minimização está disponível no link <https://drive.google.com/open?id=1t_VMNeHYBv4E4tx0mSFXrEzj3llenEkx>. Deve ser chamada a função main2 sem argumentos.

A seguir, mostramos as tabelas de passo a passo de cada ponto.

Tabela 2: evolução do ponto 1 a cada iteração.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ponto 1** | **x** | **y** | **f(x,y)** |
| 1 | 0.5 | 0.0 | 0.87396 |
| 2 | 0.349375 | -0.025 | 0.44634 |
| 3 | 0.228266 | -0.052456 | 0.17982 |
| 4 | 0.144516 | -0.084737 | 0.041865 |
| 5 | 0.092208 | -0.79602 | -0.039585 |
| 6 | 0.061922 | -0.178552 | -0.11921 |
| 7 | 0.04618 | -0.248515 | -0.23474 |
| 8 | 0.040175 | -0.337852 | -0.4118 |
| 9 | 0.04103 | -0.444263 | -0.64516 |
| 10 | 0.04686 | -0.553872 | -0.86784 |
| 11 | 0.055853 | -0.641833 | -0.99238 |
| 12 | 0.065677 | -0.689837 | -1.0258 |
| 13 | 0.074017 | -0.706435 | -1.0304 |
| 14 | 0.07992 | -0.710672 | -1.0312 |
| 15 | 0.083689 | -0.711793 | -1.0315 |
| 16 | 0.086049 | -0.712191 | -1.0316 |
| 17 | 0.087506 | -0.712382 | -1.0316 |
| 18 | 0.088956 | -0.71249 | -1.0316 |
| 19 | 0.088956 | -0.712554 | -1.0316 |
| Conclusão: x\* é um ponto de mínimo global. | | | |

Tabela 3: evolução do ponto 2 a cada iteração.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ponto 2** | **x** | **y** | **f(x,y)** |
| 1 | -0.5 | 0.0 | 0.87396 |
| 2 | -0.349375 | 0.025 | 0.44634 |
| 3 | -0.228266 | 0.052456 | 0.17982 |
| 4 | -0.144516 | 0.084737 | 0.041865 |
| 5 | -0.092208 | 0.79602 | -0.039585 |
| 6 | -0.061922 | 0.178552 | -0.11921 |
| 7 | -0.04618 | 0.248515 | -0.23474 |
| 8 | -0.040175 | 0.337852 | -0.4118 |
| 9 | -0.04103 | 0.444263 | -0.64516 |
| 10 | -0.04686 | 0.553872 | -0.86784 |
| 11 | -0.055853 | 0.641833 | -0.99238 |
| 12 | -0.065677 | 0.689837 | -1.0258 |
| 13 | -0.074017 | 0.706435 | -1.0304 |
| 14 | -0.07992 | 0.710672 | -1.0312 |
| 15 | -0.083689 | 0.711793 | -1.0315 |
| 16 | -0.086049 | 0.712191 | -1.0316 |
| 17 | -0.087506 | 0.712382 | -1.0316 |
| 18 | -0.088956 | 0.71249 | -1.0316 |
| 19 | -0.088956 | 0.712554 | -1.0316 |
| Conclusão: x\* é um ponto de mínimo global. | | | |

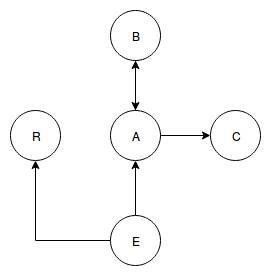
Tabela 4: evolução do ponto 3 a cada iteração.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ponto 3** | **x** | **y** | **f(x,y)** |
| 1 | -1.8 | 0.0 | 2.2524 |
| 2 | -1.63972 | 0.09 | 1.8729 |
| 3 | -1.65468 | 0.20741 | 1.5431 |
| 4 | -1.66555 | 0.36597 | 0.9782 |
| 5 | -1.67646 | 0.55642 | 0.26643 |
| 6 | -1.68838 | 0.725 | -0.16223 |
| 7 | -1.69872 | 0.79456 | -0.21522 |
| 8 | -1.70324 | 0.79602 | -0.21546 |
| 9 | -1.703539 | 0.79607 | -0.21546 |
| Conclusão: x\* é um ponto de mínimo local. | | | |

**2 Probabilidade**

**2.1 Bandido na casa se o vizinho ligou.**

Figura 6: belief network para as variáveis do problema.



Analisando as variáveis, temos as seguintes cobertas de markov para cada variável.

Tabela 4: Markov-blanket para cada variável

|  |  |
| --- | --- |
| **Variáveis** | **Markov-Blanket** |
| A | Pais: {B, E}, filhos: {C}, pais dos filhos: {} |
| B | Pais: {A}, filhos: {A}, pais dos filhos: {E} |
| E | Pais: {}, filhos: {A, R}, pais dos filhos: {B} |
| R | Pais: {E}, filhos: {}, pais dos filhos: {} |
| C | Pais: {A}, filhos: {}, pais dos filhos: {} |

Dadas as condições iniciais do problema, o objetivo é encontrar a probabilidade condicional de dado que (a probabilidade de ter um bandido na casa dado que o vizinho ligou). Ou seja,

.

Tendo em vista que C só acontece quando A acontece (), temos que

logo,

Temos ainda que

Logo, basta achar p(A=1). Mas

Os dados de entrada úteis para resolver esse problema são

(probabilidade de algum evento aleatório ativar alarme)

Todas as descrições destas variáveis estão na descrição do trabalho. Para achar , temos

.

Como. Portanto,

Isto nos diz que é bastante provável que haja um bandido dentro da casa dela, dado que o alarme tocou.

**2.2 Bandido na casa se a rádio noticiou terremoto.**

Tendo em vista que R só acontece quando E acontece (), temos que

O raciocínio é semelhante ao anterior, o problema se resume a

.

Resta encontrar .

Modo 1:

(B e E são independentes)

Como

Modo 2:

(B e E são independentes)

Modo 3:

(B e E são independentes)

Falta achar

Daí,

Agora, como os três modos deram o mesmo valor, podemos confiar que as contas estão certas! Chegamos em

Isso faz (um certo) sentido pois e ainda são independentes, apesar de que se espere que essa probabilidade diminua dadas as notícias na rádio.